

# Измерение базовой математической грамотности в начальной школе

Карданова Е.Ю.  
Федерякин Д.  
Ларина Г.

# Инструмент PROGRESS

**Цель:** отслеживание индивидуального прогресса детей в ключевых точках обучения в начальной школе

Оценивание базовых грамотностей учащихся:

- языковая грамотность;
- математическая грамотность;
- читательская грамотность

**Формат:** компьютерная форма

**Процедура:** фронтальное оценивание



# Измерение математической грамотности в начальной школе

- Начало школьного обучения закладывает основы для будущих академических достижений, и помогает решать повседневные задачи
- Прогресс в математической грамотности скорее носит кумулятивный характер - в процессе обучения увеличивается разрыв между учениками с разным уровнем изначальной подготовки (Morgan et al., 2011; Shin et al., 2013; Aunola et al., 2004)
- Важно оценить математическую грамотность учащихся в начальной школе:
  - чтобы оценить и обеспечить прогресс для всех учащихся
  - чтобы вовремя подтянуть “слабые” моменты

# Сложность определения базовой математической грамотности

В настоящее время отсутствует единая и общепринятая концепция математической грамотности (Jablonka, 2003, 2015):

устный счет, счет с опорой на предметы, сравнение чисел, расположение чисел на числовой прямой (Passolunghi и др., 2015), распознавание геометрических фигур, решение задач на измерение (найти длину, площадь и пр.) и на продолжение закономерностей (Nguyen и др., 2016), знание чисел, сравнение чисел, устное решение примеров, решение примеров с опорой на предметы, решение текстовых задач (Jordan, 2009)

Определение математической грамотности затруднено:

- различными целями, поставленными перед школьным обучением математики: от обучения будущих инженеров и технологов до возможности успешно решать повседневные задачи
- отсутствием консенсуса о траектории развития математических навыков в дошкольном возрасте
- Необходимостью оценить не только то, какими фактами владеет учащийся, но и как и в каких ситуациях он их применяет

# Сложность определения базовой математической грамотности

Математическая грамотность тесно связана с навыками чтения

- Навыки чтения являются предиктором прироста математических способностей в школе (Grimm, 2008)
- Баллы PISA по чтению сильно связаны с баллами TIMSS по Анализу данных ( $r=0.91$ ) (Wu, 2010)
- Дискалькулии часто сопутствует дислексия (Joyner & Wagner, 2020)
- В 12-22% случаев ошибки в решении задачи связаны с чтением (Newman, 1977; Casey, 1978; Clements & Ellerton, 1996)

# Тест базовой математической грамотности PROGRESS-ML

«**Математическая базовая грамотность** — способность применять математические инструменты, аргументацию, моделирование в повседневной жизни, в том числе в цифровой среде» (Фрумин и др., 2018)

**Цель:** оценить, насколько хорошо учащийся ориентируется в математике после прохождения двух лет формального обучения в школе.

30 заданий, оцениваемых дихотомически

5 тематических областей

3 группы когнитивных операций (таксономия TIMSS)

## Тематические области в PROGRESS-ML

Блок	Кол-во заданий	Описание
Закономерности	6	Распознавать и продолжить числовые и геометрические последовательности
Моделирование	6	Выразить с помощью чисел модели в тексте задачи
Пространственные представления	7	Понимать пространственные отношения, мысленно представлять плоские и объемные фигуры в пространстве
Измерения величин	6	Оперировать числами как мерами объектов
Работа с информацией	5	Понимать и интерпретировать информацию в таблицах и на графиках, проводить вычисления с помощью полученной информации

# Группы когнитивных операций в PROGRESS-ML

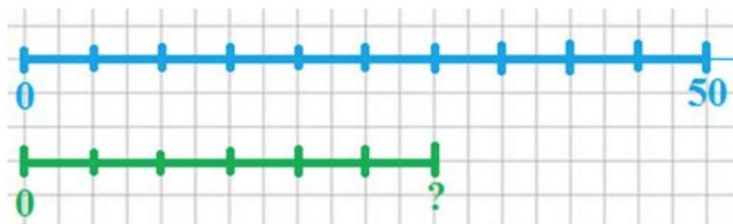
Группа	Кол-во заданий	Описание
Знание	12	Оценивается знание фактической информации: <ul style="list-style-type: none"><li>- выполнить простые арифметических операции,</li><li>- определить величину столбца на гистограмме,</li><li>- Посчитать, сколько раз одна фигура помещается в другой фигуре</li></ul>
Применение	14	Использование усвоенных знаний в решении задач и проблемных ситуации по известному алгоритму
Рассуждение	4	Решение незнакомых задач: <ul style="list-style-type: none"><li>- Анализ новой информации</li><li>- Связь фактов из нескольких областей</li><li>- Сравнение нескольких вариантов решения</li></ul>

Когнитивные операции были выделены с помощью экспертной оценки



## Примеры заданий: Измерения и Знание

Если длина синего отрезка равна 50, то чему равна длина зеленого отрезка?



Выбери вариант ответа:

А) 3

Б) 6

В) 30

Г) 60

## Примеры заданий: Моделирование и Применение

Бабушка испекла 12 блинчиков с мясом и 6 блинчиков с творогом. Дети съели 4 блинчика с мясом. С помощью каких выражений можно посчитать, сколько всего блинчиков осталось?

Выбери **ДВА** варианта ответа:

А)  $12 + 6 + 4$

Б)  $12 + 6 - 4$

В)  $(12 - 4) + 6$

Г)  $12 + 6 + (12 - 4)$

# Примеры заданий: Работа с информацией и Рассуждение

Лиза ходит на занятия в кружок «Фантазия». Сколько занятий она посетит, если будет ходить **каждую среду с 10 октября по 20 ноября**? Используй календарь для ответа на вопрос.



Ответ:  Запиши число

# Особенности теста PROGRESS-ML

Часть заданий теста (около 50%) могут рассматриваться как нагруженные чтением, т.к. для их решения необходимо было прочесть и понять условие.

Является композитным инструментом, т.е. сложным с точки зрения его структуры (пять тематических областей, три группы когнитивных операций).

Предполагается, что по итогам тестирования будет сообщаться общий тестовый балл учащегося (в данном случае уровень его базовой математической грамотности), а также баллы по субшкалам (в данном случае это могут быть тематические области и/или когнитивные операции).

# Композитные инструменты измерения

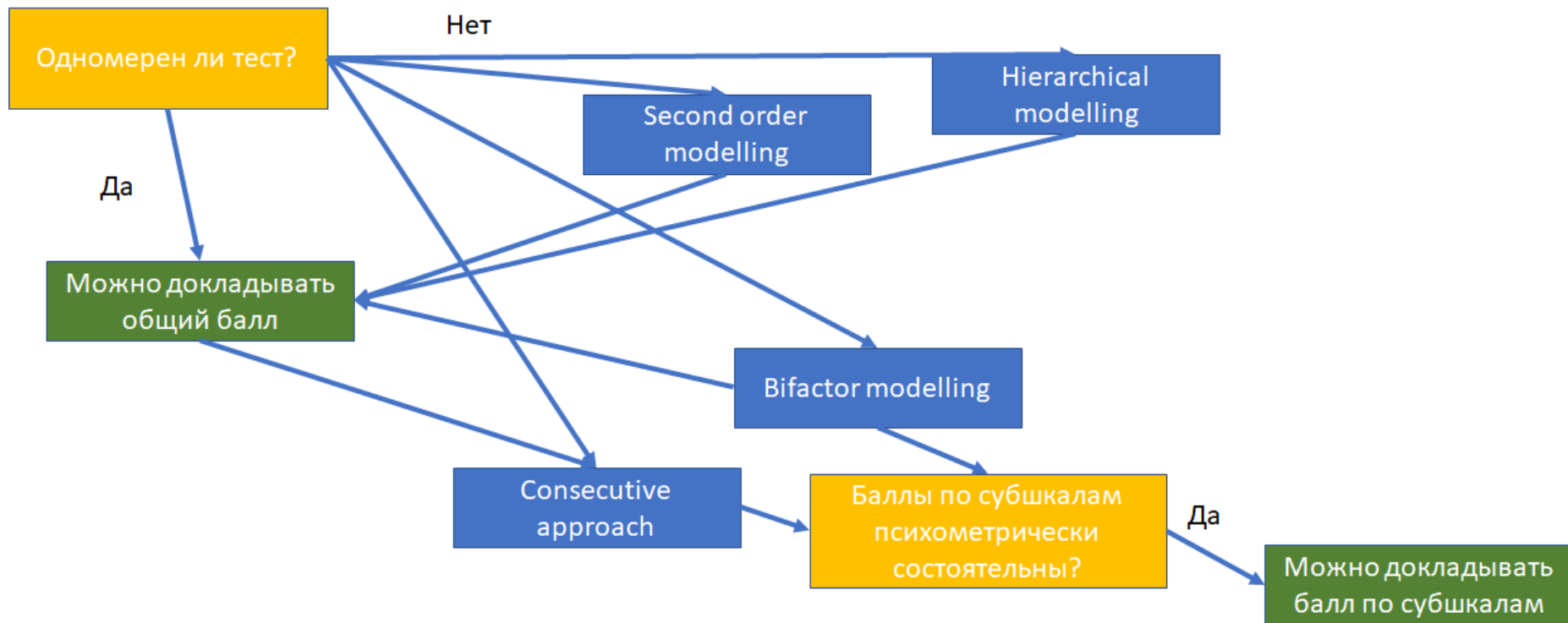
Состоят из субшкал, которые определенным образом вкладываются в итоговый тестовый балл

Используются для измерения сложных конструктов, универсальных компетенций, состоящих из нескольких компонентов

На языке психометрики являются многомерными, и задача стоит оценить, по возможности, как общую способность респондентов, так и отдельные способности - ее составляющие

Для использования результатов композитных инструментов необходимо проведение психометрических исследований с целью принятия решения о том, являются ли результаты по всему тесту и его субшкалам надежными и могут ли они сообщаться пользователям (AERA, APA, NCME, 2014)

# Подходы к моделированию композитных тестов

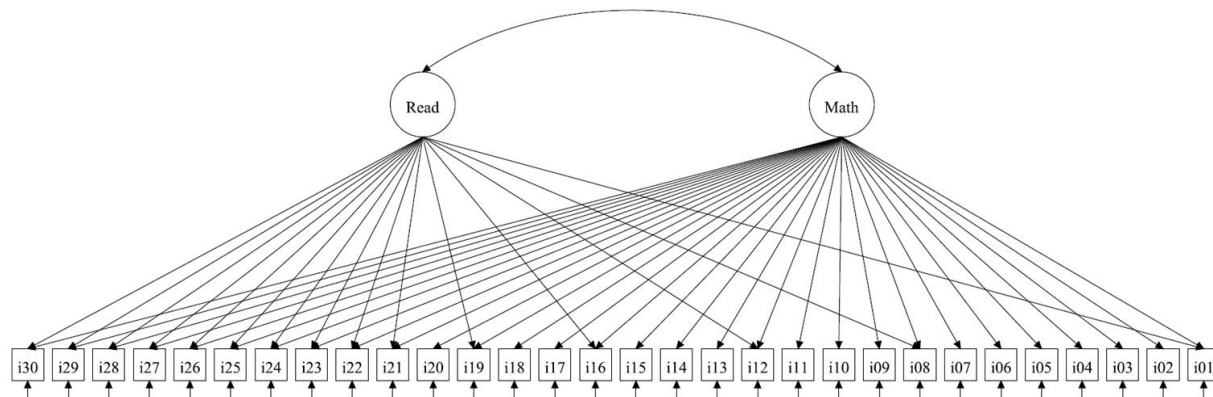
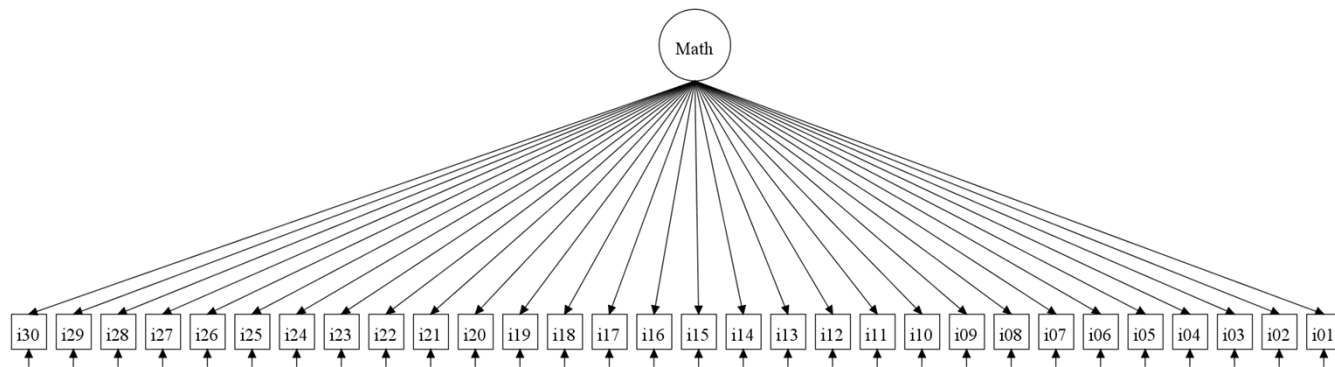


**Цель исследования:** проверка и обоснование различных подходов моделирования данных теста PROGRESS-ML.

**Исследовательские вопросы:**

1. Важен ли навык чтения при выполнении заданий теста?
2. Можно ли сообщать общий балл по тесту?
3. Можно ли сообщать отдельные баллы по субшкалам – отдельным тематическим областям и отдельным группам когнитивных операций?

# Этап 1. Необходимо ли учитывать навыки чтения?





## Этап 1. Необходимо ли учитывать навыки чтения?

Модель	Логарифмическое правдоподобие	Выборка	Количество параметров	AIC	BIC
Одномерная	144255.6	6078	31	144318	144526
С выделенным чтением	142638.5		33	142705	142926

Модель	Дисперсия чтения	Дисперсия математики	Надежность чтения	Надежность математики
Одномерная	-	0.931	-	0.759
С выделенным чтением	0.017	0.890	0.018	0.753

Корреляция чтения с математикой составила 0.013 ( $p > 0.05$ ).

## Этап 2. Можно ли сообщать общий балл по тесту?

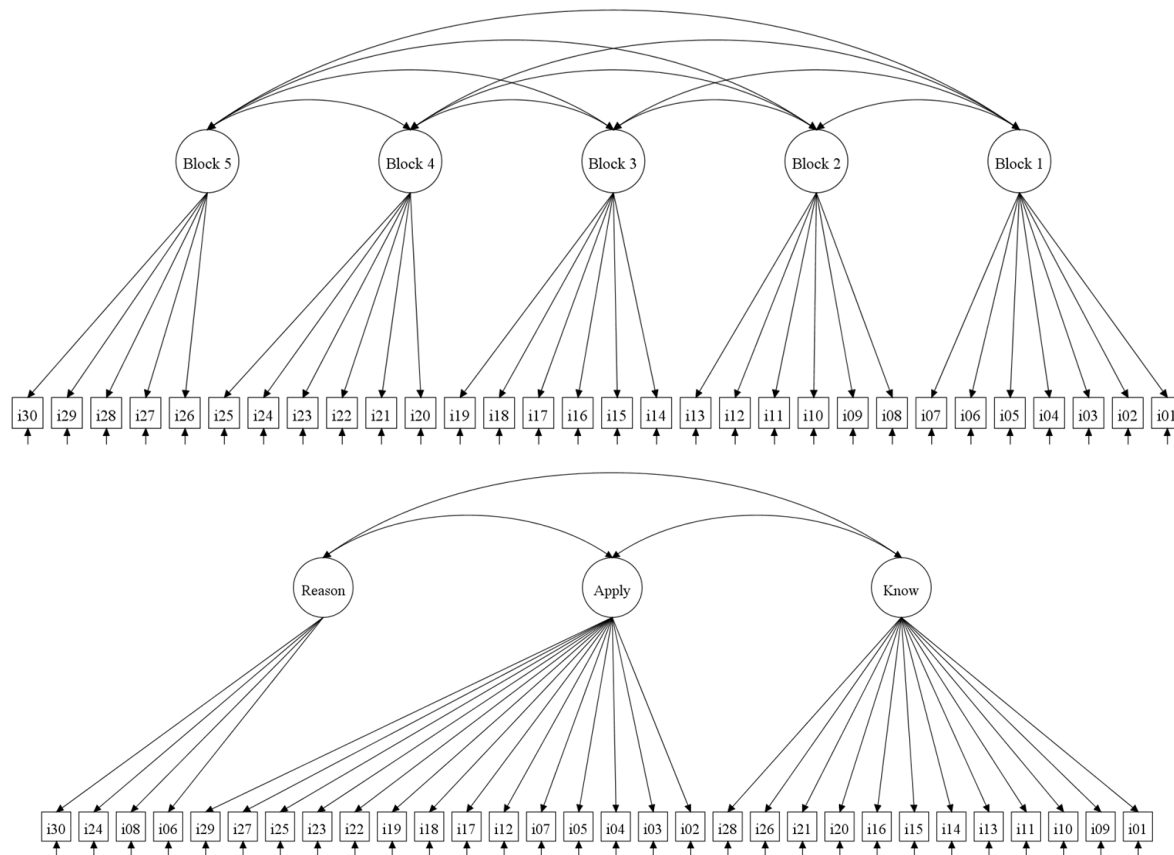
Статистики согласия заданий не выходят за пределы 0.75 - 1.3(3)

Собственное значение первого контраста, выделенного на модельных остатках - 1.45

ЕАР-надежность 0.759 (при дисперсии 0.931)



### Этап 3. Можно ли сообщать баллы по отдельным шкалам?



### Этап 3. Можно ли сообщать баллы по отдельным шкалам?

Модель	Логарифмическое правдоподобие	Выборка	Количество параметров	AIC	BIC
Одномерная	144255.6	6078	31	144318	144526
Тематические группы	143875.7		46	143966	144268
Когнитивные уровни	143965.4		36	144037	144279

### Этап 3. Можно ли сообщать баллы по отдельным шкалам?

	Пространственные представления	Знание	Применение	Рассуждение	Работа с информацией
Пространственные представления		0.845	0.804	0.833	0.799
Знание			0.852	0.905	0.833
Применение				0.860	0.839
Рассуждение					0.830
Дисперсия	0.892	1.232	1.117	1.056	2.950
Надежность	0.679	0.706	0.667	0.681	0.627
Задания	7	6	6	6	5

### Этап 3. Можно ли сообщать баллы по отдельным шкалам?

	Знание	Применение	Рассуждение
Знание		0.845	0.804
Применение			0.852
Дисперсия	1.367	0.817	0.597
Надежность	0.745	0.739	0.613
Задания	12	14	4

# Макет обратной связи

$$\Theta = \frac{\sum_{d=1}^D \tau_d}{D} \Rightarrow \Theta = \sum_{d=1}^D \frac{\tau_d}{D}$$

Где  $\Theta$  - это целевой балл из одномерной модели,

$\tau_d$  - балл по размерности  $d$  из многомерной модели,

$D$  - количество размерностей

На иллюстрациях используемая шкала:

$M = 150$ ,  $SD = 10$

Иллюстрации - для первого ученика в базе

